डेटा इंटरप्रीटेशन

आँकड़े क्या हैं?

दो या दो से अधिक सूचनाओं/प्रेक्षणों का ऐसा एकत्रीकरण या संकलन जिसके आधार पर किसी वांछित निष्कर्ष पर पहुँचा जा सके, आँकड़े कहलाते हैं। आँकड़े प्रायः गुणात्मक एवं संख्यात्मक रूप में उपलब्ध होते हैं जिनका अक्षरशः अध्ययन करके अनका विश्लेषण किया जाता है। विश्लेषण करते समय हमें अनेक गणनाओं एवं सामान्य तथ्यों का सहारा लेना होता है। ये गणनाएँ मौलिक रूप से जोड़, घटाव, गुणा, भाग, प्रतिशत, औसत एवं अनुपात से सम्बन्धित होती हैं। अतः प्रत्येक अभ्यर्थी को सलाह दी जाती है कि वे इन गणनाओं के प्रमुख नियमों एवं सूत्रों का गहन अध्ययन अवश्य कर लें ताकि प्रश्नों को हल करते समय, समय का अनावश्यक रूप से दुरुपयोग न हो।

चित्रों द्वारा आँकड़ों का प्रस्तुतीकरण

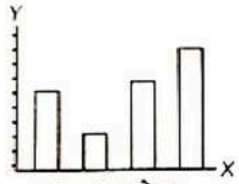
आँकड़ों का प्रस्तुतीकरण अनेक प्रकार से किया जा सकता है किन्तु प्रमुख तौर पर इन्हें चार तरीकों से प्रस्तुत किया जा सकता है, **जैसे** सारणी में दर्शाना, दण्डारेख से दर्शाना, पाई चार्ट से दर्शाना तथा रेखाचित्र से दर्शाना आदि ।

आरेखों या चित्रों द्वारा आँकड़ों को निम्न प्रकार प्रस्तुत किया जाता है

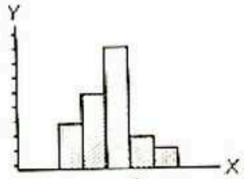
♦ सारणीय ♦ दण्ड आरेख / आयत चित्र

♦ पाई आरेख ♦ बिन्दुरेखीय चित्र

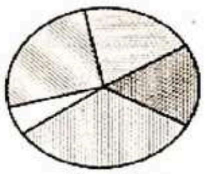
यहाँ पर हम दण्ड आरेख, आयत चित्र रेखाचित्र व पाई चित्र का अध्ययन परीक्षा में पूछे जा सकने वाले प्रश्नों आधार पर करेंगे। उदाहरण के तौर पर आरेखों के प्रारूप नीचे दिए गए हैं



दण्ड आरेख



आयत चित्र



पाई आरेख

बिन्दुरेखीय चित्र

ऐसे हल करें सारणी एवं आरेख सम्बन्धी प्रश्नों को !

- दिए गए आँकड़ों की गणना सावधानीपूर्वक करें।
- औसत एवं प्रतिशतता सम्बन्धी अवधारणा एवं सूत्रों का भली-भाँति अध्ययन करें क्योंकि अधिकांश प्रश्न इन्हीं पर आधारित होते हैं; जैसे

वर्ष 2015-16

क्र.सं.	खाद्यान्न	लाख टन
1.	चावल	746
2.	गेहूँ	545
3.	ज्वार / बाजरा	331
4.	तिलहन	470
5.	मूँगफली	188

(i) वर्ष 2015-16 में कुल औसत उत्पादन कितने लाख टन था ?

» औसत उत्पादन $= \frac{\text{कुल उत्पादन}}{5} = \frac{2300}{5} = 460$ लाख टन

(ii) गेहूँ का उत्पादन चावल से लगभग कितने प्रतिशत कम है?

» चावल का उत्पादन- गेहूँ का उत्पादन $= 746 - 545 = 201$

उत्पादन में प्रतिशत कमी $= \frac{201 \times 100}{746} = 27\%$

महत्वपूर्ण सूत्र

- औसत $= \frac{\text{परिमाणों का कुल योग}}{\text{परिमाणों की कुल गिनती संख्या}}$
- $a\% = \frac{a}{100}$
- x का $a\% = x \times \frac{a}{100}$
- $\frac{a}{b}$ का प्रतिशत रूप $= \frac{a}{b} \times 100$
- अंकों की प्रतिशतता $= \frac{\text{प्राप्त अंक} \times 100}{\text{कुल अंक}}$
- प्रतिशत वृद्धि $= \frac{\text{वृद्धि}}{\text{मूलमान}}$ x 100

परीक्षाओं में निम्न प्रकार पर आधारित प्रश्न पूछे जा सकते हैं

1. सारणी सम्बन्धी प्रश्न
2. दण्ड आरेख सम्बन्धी प्रश्न
3. पाई आरेख सम्बन्धी प्रश्न
4. रेखाचित्र पर आधारित प्रश्न

प्रकार **1.** सारणी सम्बन्धी प्रश्न

आँकड़ों का सारणीयन

आँकड़ों के स्तम्भों और पंक्तियों में क्रमबद्ध व्यवस्था को सारणीयन कहते हैं। ***सारणी मुख्यतः चार प्रकार की होती है***

1. सरल
2. जटिल
3. द्विगुणी सारणी
4. बहुगुणी सारणी

निर्देश (प्र.सं. 1-5) निम्न सारणी का ध्यान से अध्ययन कर दिए गए प्रश्नों के उत्तर दें।

5 विद्यार्थियों द्वारा अलग-अलग विषयों में प्राप्त किए गए प्रतिशत अंक

विषय / विद्यार्थी	**अंग्रेजी** (100 में से)	**गणित** (150 में से)	**संस्कृत** (50 में से)	**हिन्दी** (75 में से)	**विज्ञान** (125 में से)	**सामान्य अध्ययन** (100 में से)

A	71	105	46	60	80	73
B	73	60	48	40	60	79
C	87	75	45	60	40	81
D	83	84	44	80	50	39
E	62	128	32	60	70	57

1. विद्यार्थी B द्वारा सभी विषयों में प्राप्त अंकों को मिलाकर समग्र प्रतिशत क्या है?

(1) 60

(2) 90

(3) 70

(4) 76

(5) 80

» (1) पूर्णांक $= 100 + 150 + 50 + 75 + 125 + 100 = 600$

विद्यार्थी B के कुल अंक $= 73 + 60 + 48 + 40 + 60 + 79 = 360$

अतः अभीष्ट प्रतिशत $= \frac{360}{600} \text{ x } 100 = 60\%$

2. सभी विद्यार्थियों द्वारा मिलकर संस्कृत में प्राप्त अंकों का औसत प्रतिशत में कितना है?

(1) 40

(2) 50

(3) 60

(4) 70

(5) इनमें से कोई नहीं

» (5) संस्कृत के कुल अंक $= 46 + 48 + 45 + 44 + 32 = 215$

संस्कृत के कुल पूर्णांक $= 5\,x\,50 = 250$

अतः अभीष्ट प्रतिशत $\frac{215}{250} \times 100 = 86\%$

टिप्पणी औसत पूर्णांक $= \frac{215}{250} \times 100$ जोकि 50 का 86% है, से भी निकाला जा सकता है।

परीक्षाओं में इन सारणियों से मिले-जुले प्रश्न पूछे जाते हैं; **जैसे** (द्विगुणी सारणी)

विधार्थी / कक्षा	छात्र	छात्रा	योग
XII	45	30	75
X	40	35	75
VIII	50	40	90

महत्वपूर्ण सूत्र

प्रतिशत कमी $= \frac{\text{कमी}}{\text{मूल मान}} \times 100$

x को $m : n$ में बाँटना; पहला भाग $= \frac{m}{m+n} \times x$; दूसरा भाग $= \frac{n}{m+n} \times x$

इनके अलावा प्रतिशतता, औसत तथा अनुपात आदि के सामान्य सूत्र याद रखें।

3. इनमें से किस विद्यार्थी को सभी विषयों में मिलाकर सर्वाधिक अंक प्राप्त हुए हैं?

(1) A

(2) B

(3) C

(4) D

(5) E

» (1) विद्यार्थी A के प्राप्तांक $= 71 + 105 + 46 + 60 + 80 + 73 = 435$

विद्यार्थी B के प्राप्तांक $= 73 + 60 + 48 + 40 + 60 + 79 = 360$

विद्यार्थी C के प्राप्तांक $= 87 + 75 + 45 + 60 + 40 + 81 = 388$

विद्यार्थी D के प्राप्तांक $= 83 + 84 + 44 + 80 + 50 + 39 = 380$

विद्यार्थी E के प्राप्तांक $= 62 + 128 + 32 + 60 + 70 + 57 = 409$

अतः विद्यार्थी A को सर्वाधिक अंक प्राप्त हुए हैं।

4. किस विद्यार्थी को एक से अधिक विषयों में अधिकतम अंक मिले हैं?

(1) A

(2) B

(3) C

(4) D

(5) E

» (3)

अधिकतम अंक विषय	विद्यार्थी	अधिकतम अंक विषय	विद्यार्थी
अंग्रेजी	C	गणित	E
संस्कृत	B	हिन्दी	D
विज्ञान	A	सामान्य अध्ययन	C

स्पष्टत: C को एक से अधिक विषय (अंग्रेजी तथा सामान्य अध्ययन) में अधिकतम अंक मिले हैं।

5. यदि गणित और विज्ञान में मिलकर उत्तीर्णांक 125 हैं, तो कितने विद्यार्थी पास होते हैं?

(1) 2

(2) 3

(3) 4

(4) 5

(5) इनमें से कोई नहीं

» (2) A के गणित और विज्ञान के कुल अंक = 105 + 80 = 185

B के गणित और विज्ञान के कुल अंक = 60 + 60 = 120

C के गणित और विज्ञान के कुल अंक = 75 + 40 = 115

D के गणित और विज्ञान के कुल अंक = 84 + 50 = 134

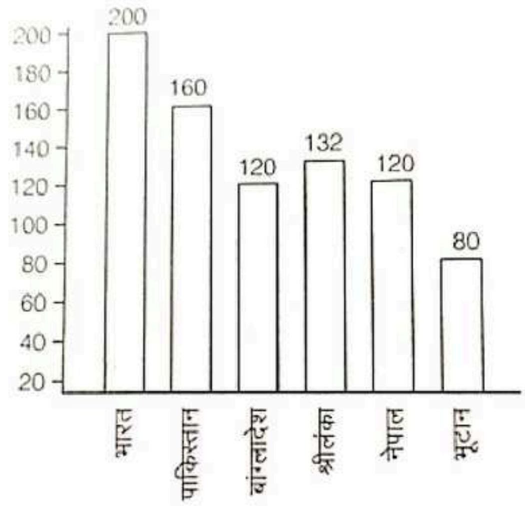
E के गणित और विज्ञान के कुल अंक = 128 + 70 = 198

स्पष्टतः तीन विद्यार्थी (A, D तथा E) गणित और विज्ञान मिलाकर उत्तीर्ण हैं।

प्रकार 2. दण्ड आरेख सम्बन्धी प्रश्न

निर्देश (प्र.सं. 6-10) नीचे दिए गए दण्ड आरेख का ध्यानपूर्वक अवलोकन कर निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

विभिन्न देशों की प्रति हेक्टेयर उपज (किग्रा में)



6. दिए गए देशों की औसत उपज (किग्रा में) कितनी है?

(1) 132

(2) 135

(3) 1622/59

(4) 128

(5) इनमें से कोई नहीं

» (2) अभीष्ट औसत उपज

$$= \frac{200 + 160 + 120 + 132 + 120 + 80}{6}$$

$$= \frac{812}{6}$$

$$= 135\frac{1}{3} \text{ किग्रा}$$

7. भारत की प्रति हेक्टेयर उपज पाकिस्तान से कितनी अधिक है?

(1) 20%

(2) 40%

(3) 16 2/3%

(4) 25%

(5) इनमें से कोई नहीं

» (4) अभीष्ट अधिकता $= \left(\frac{200 - 160}{160}\right) \times 100 = 25\%$

8. श्रीलंका की उपज कुल देशों की औसत उपज का लगभग कितनाप्रतिशत है?

(1) 97

(2) 90

(3) 16

(4) 18

(5) इनमें से कोई नहीं

» (1) श्रीलंका की उपज = 132 किग्रा/हेक्टेयर जो औसत उपज

$135\frac{1}{3}$ किग्रा का लगभग 97% होगा।

(अन्य विकल्प 90%, 16% या 18% नहीं हो सकते)

9. भारत की उपज किन दो देशों की उपज के बराबर है?

(1) नेपाल तथा बांग्लादेश

(2) नेपाल तथा भूटान

(3) श्रीलंका तथा बांग्लादेश

(4) श्रीलंका तथा भूटान क

(5) उपरोक्त में से कोई नहीं

» (2) नेपाल तथा भूटान

10. सर्वाधिक तीन और न्यूनतम तीन देशों की उपज का अन्तर कितना है?

(1) 182 किग्रा

(2) 162 किग्रा

(3) 152 किग्रा

(4) 142 किग्रा

(5) इनमें से कोई नहीं

» (5) अभीष्ट अन्तर = $(200 + 160 + 132) - (120 + 120 + 80)$

$= 492 - 320 = 172$ किग्रा

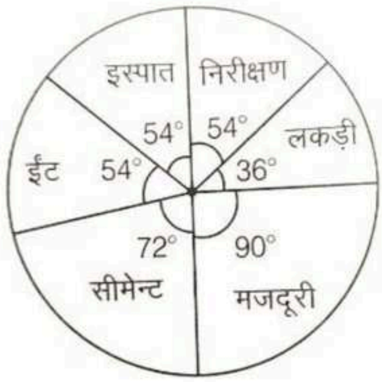
प्रकार 3. पाई आरेख सम्बन्धी प्रश्न

- दिए गए कोण से 'मद' की मात्रा (कोणीय राशि का मान) $= \frac{\text{अन्तरित कोण } (\theta)^\circ \, x \text{ कुल राशि / मात्रा}}{360^\circ}$
- $\theta^\circ = \frac{\text{कोणीय मान की राशि} \times 360}{\text{कुल राशि / मात्रा}}$

निर्देश (प्र.सं. 11-14) आरेख का अध्ययन करके नीचे लिखे प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

एक मकान के बनाने में किए गए व्यय का विवरण

निर्माण में कुल व्यय =₹600000



11. सीमेन्ट की मद पर किए गए व्यय की धनराशि कितनी हैं?

(1) 200000

(2) 160000

(3) 120000

(4) 100000 3988=001x

(5) उपरोक्त में से कोई नहीं

» (3) सीमेन्ट की मद में किया गया व्यय $= \left(\frac{72}{360} \times 600000\right)$

$= ₹\,120000$

12. मजदूरी की मद पर व्यय की गई धनराशि इस्पात पर आए व्यय की राशि से कितनी अधिक है?

(1) कुल व्यय का 5%

(2) कुल व्यय का 10%

(3) कुल व्यय का 12%

(4) कुल व्यय का 15%

(5) इनमें से कोई नहीं

» (2) मजदूरी - इस्पात पर व्यय

$$= \left[\left(\frac{90}{360} \times 600000\right) - \left(\frac{54}{360} \times 600000\right)\right]$$

$$= (150000 - 90000)$$

$$= ₹\,60000$$

माना कुल व्यय का $x\%$ = ₹60000

तब, $600000 \times \frac{x}{100} = 60000$

$\Rightarrow \quad x = 10$

अभीष्ट उत्तर = कुल व्यय का 10%

13. सीमेन्ट, इस्पात तथा निरीक्षण पर कुल मिलाकर व्यय की गई धनराशि कुल व्यय का कितने प्रतिशत है?

(1) 40

(2) 45

(3) 50

(4) 55

(5) इनमें से कोई नहीं

» (3) सीमेन्ट + इस्पात + निरीक्षण

= $(72 + 54 + 54)^\circ$

= 180°

= कुल व्यय का 50%

14. मजदूरी की मद पर व्यय की गई धनराशि निरीक्षण पर की गई धनराशि से कितनी अधिक है?

(1) 200000

(2) 160000

(3) 120000

(4) 60000

(5) इनमें से कोई नहीं

» (4) मजदूरी - निरीक्षण = $(90 - 54°)$

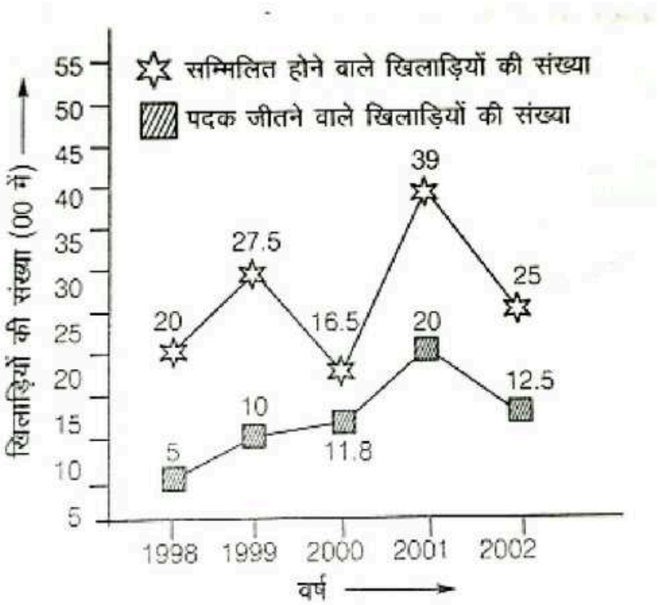
$$= 36°$$

$$= \left(\frac{36}{360} \times 600000\right) = ₹\,60000$$

प्रकार 4. रेखाचित्र पर आधारित प्रश्न

निर्देश (प्र.सं. 15 और 16) दिए गए ग्राफ का ध्यानपूर्वक अध्ययन कीजिए तथा फिर उस पर आधारित सभी प्रश्नों के सही-सही उत्तर दीजिए।

किसी देश की राष्ट्रीय खेलकूद प्रतियोगिता में सम्मिलित एवं पदक जीतने वाले खिलाड़ियों की संख्या (सैकड़ों में)



15. निम्नलिखित में से किस वर्ष पदक जीतने वाले खिलाड़ियों की संख्या उसी वर्ष सम्मिलित होने वाले खिलाड़ियों की संख्या का 25% है?

(1) 1998

(2) 1999

(3) 2000

(4) 2001

(5) 2002

» (1) पदक जीतने वाले खिलाड़ियों की संख्या = सम्मिलित होने वाले खिलाड़ियों की संख्या का 25% है ग्राफ से, वर्ष 1998 में पदक जीतने वाले खिलाड़ियों की संख्या का 4 गुना = 4 × (5 × 100) = 2000 = वर्ष 1998 में सम्मिलित खिलाड़ियों की कुल संख्या

16. वर्ष 1998 से वर्ष 1999 में सम्मिलित होने वाले खिलाड़ियों की संख्या में कितने प्रतिशत की वृद्धि हुई है?

(1) 35

(2) 48

(3) 40

(4) 50

(5) इनमें से कोई नहीं

» (5) वर्ष 1998 से वर्ष 1999 में सम्मिलित होने वाले खिलाड़ियों की संख्या में वृद्धि

= (27.5-20) x 100 = 7.5 x 100

∴ प्रतिशत वृद्धि $\frac{750}{20 \times 100} \times 100 = 37.5\%$

Exercise

निर्देश (प्र.सं. 1-5) इन प्रश्नों का उत्तर देने के लिए निम्न सारणी को ध्यान से पढ़िए।

विगत् वर्षों में तीन राज्यों की जनसंख्या (लाख में)

वर्ष / राज्य	2002	2003	2004	2005	2006	2007
A	4.5	4.8	5.2	5.4	5.8	6.2
B	3.2	3.6	3.4	3.8	4.1	4.4
C	5.6	5.5	5.8	6.3	6.6	6.9

1. सभी वर्षों को मिलाकर राज्य B की औसत जनसंख्या कितनी है?

(1) 3.5 लाख

(2) 3.75 लाख

(3) 3.85 लाख

(4) 3.6 लाख

(5) इनमें से कोई नहीं

2. 2002 से 2003 में राज्य A की जनसंख्या में कितने प्रतिशत वृद्धि हुई ?

(1) 5

(2) 52

(3) 6

(4) 623

(5) 53 4

3. तीनों राज्यों की कुल जनसंख्या में क्रमशः 2004 और 2005 में कितना अन्तर है?

(1) 110000

(2) 90000

(3) 115000

(4) 95000

(5) इनमें से कोई नहीं

4. 2006 में तीनों राज्यों की औसत जनसंख्या कितनी है ?

(1) 5.25 लाख

(2) 4.5 लाख

(3) 5.5 लाख

(4) 4.2 लाख

(5) इनमें से कोई नहीं

5. क्रमशः 2004 और 2005 में तीनों राज्यों की कुल जनसंख्या के बीच क्या अनुपात है?

(1) 155:144

(2) 15:13

(3) 13:15

(4) 133:144

(5) 144:155

Answer Key

1. 2
2. 4
3. 1
4. 3
5. 5